

# AG1 - Cvičení V

Tommy Chu

## Úloha 1

### Zadání

Nechť  $(\Omega, P)$  je diskrétní pravděpodobnostní prostor a necht'  $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  je náhodná veličina. Ukažte, že existuje elementární jev  $\omega \in \Omega$  takový, že  $X(\omega) \geq \mathbb{E}(X)$ .

### Řešení

Pro spor předpokládejme, že pro všechna  $\omega \in \Omega$  platí  $X(\omega) < \mathbb{E}(X)$ .

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \cdot P(\omega) \\ &< \sum_{\omega \in \Omega}^P \mathbb{E}(X) \cdot P(\omega) \\ &= \mathbb{E}(X) \cdot \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) \\ &= \mathbb{E}(X) \cdot 1\end{aligned}$$

$\mathbb{E}(X) < \mathbb{E}(X)$  je zřejmě spor a původní předpoklad je tudíž nepravdivý.

**Závěr:** Pravdivost věty v zadání jsme potvrdili vyvrácením její negace. □